2026年度 第7回（12月）北辰テスト対策 予想問題　解答・解説

数学

1　(1)（4点）

14

累乗を先に計算し，次に乗除，最後に加減の順に計算する。

$(-6)^2 = 36$, $3^2 = 9$ だから

$36 \div 4 - 7 \times (-2) - 9 = 9 + 14 - 9 = 14$

（$(-6)^2$ は 36 であり，$-6^2 = -36$ とは異なることに注意。）

1　(2)（4点）

$y = \frac{3}{2}x - 3$

$3x$ を右辺に移項して $-2y = -3x + 6$

両辺を -2 でわって $y = \frac{3}{2}x - 3$

（右辺のすべての項を -2 でわるので，$6 \div (-2) = -3$ の符号に注意。）

1　(3)（4点）

$\frac{7x + 3}{6}$

分母 2, 3 の最小公倍数 6 で通分する。

$\frac{3x - 1}{2} - \frac{x - 3}{3} = \frac{3(3x - 1)}{6} - \frac{2(x - 3)}{6} = \frac{9x - 3 - 2x + 6}{6} = \frac{7x + 3}{6}$

（$-2(x - 3) = -2x + 6$ と，かっこの中の符号がすべて変わることに注意。）

1　(4)（4点）

$7 + 2\sqrt{3}$

乗法公式 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ を使って展開する。

$(\sqrt{3} + 2)^2 = 3 + 4\sqrt{3} + 4 = 7 + 4\sqrt{3}$

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ だから

$7 + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 7 + 2\sqrt{3}$

1　(5)（4点）

$2(x + 3)(x - 3)$

まず共通因数 2 をくくり出す。

$2x^2 - 18 = 2(x^2 - 9)$

$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$ だから

$2x^2 - 18 = 2(x + 3)(x - 3)$

（展開して確かめる：$2(x^2 - 9) = 2x^2 - 18$ ✓）

1　(6)（4点）

15

540 を素因数分解すると $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$
商がある自然数の 2 乗になるには, 素因数の指数がすべて偶数になればよい。
3^3 の指数 3 と 5 の指数 1 が奇数だから, $3 \times 5 = 15$ でわればよい。
$540 \div 15 = 36 = 6^2$ となり, n = 15（これより小さい n では 3 と 5 の指数が偶数にならない)。

1　(7)（4点）

正十八角形

1 つの内角が 160° だから, 1 つの外角は 180° − 160° = 20°
多角形の外角の和は 360° で, 正多角形の外角はすべて等しいから 360° ÷ 20° = 18
よって 正十八角形

1　(8)（4点）

77°

点 P を通り ℓ に平行な直線をひく。
点 A の 143° の角の隣の角は 180° − 143° = 37°。平行線の錯角は等しいから, P のところで AP と補助線がつくる角も 37°。
点 B の 40° の角も, 錯角が等しいから P のところで BP と補助線がつくる角は 40°。
よって $\angle x = 37° + 40° = 77°$

1　(9)（4点）

0.675

20 分未満の階級は 5 分以上 10 分未満, 10 分以上 15 分未満, 15 分以上 20 分未満の 3 つ。
その度数の合計は 4 + 9 + 14 = 27（人）
累積相対度数 = 27 ÷ 40 = 0.675

1　(10)（4点）

$2\sqrt{13}$

A, B を結ぶ線分を斜辺とし, 軸に平行な辺をもつ直角三角形をつくる。
x 座標の差は 4 − (−2) = 6, y 座標の差は 3 − (−1) = 4
三平方の定理より $AB^2 = 6^2 + 4^2 = 52 \rightarrow AB = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

1　(11)①（3点）

180(15 − x)

歩いた時間が x 分で, 全体が 15 分だから, 走った時間は (15 − x) 分。
走った道のりは 分速 180m × (15 − x) 分 = 180(15 − x) (m)
歩いた道のり 60x (m) との和が 1500m だから 60x + 180(15 − x) = 1500

1　(11)②（3点）

900 m

$60x + 180(15 - x) = 1500 \rightarrow 60x + 2700 - 180x = 1500 \rightarrow -120x = -1200 \rightarrow x = 10$
歩いた時間は 10 分, 走った時間は $15 - 10 = 5$ (分)
走った道のりは $180 \times 5 = 900$ (m)
（検算：歩いた道のり $60 \times 10 = 600$m, $600 + 900 = 1500$ ✓）

2　(1)（5点）

作図

点 P の条件は「∠ABC の二等分線上にある」「辺 AC 上にある」の 2 つ。
手順:
1. B を中心とする円をかき, 辺 BA, BC との交点を X, Y とする。
2. X, Y を中心に等しい半径の円をかき, その交点と B を結んで直線をひく（∠ABC の二等分線）。
3. この直線と辺 AC との交点が点 P。
4. P を中心に, P から直線 BC までの距離より大きい半径の円をかき, 直線 BC との 2 つの交点 S, T をとる。
5. S, T を中心に等しい半径の円をかき, その交点と P を結ぶと, 点 P を通る辺 BC の垂線になる。

2　(2)（4点）

10

$\sqrt{(56 - 2n)}$ が自然数になるのは, $56 - 2n$ がある自然数の 2 乗になるとき。
$56 - 2n$ は偶数で 56 より小さいから, 2 乗して偶数になる数を考えて $56 - 2n = 4, 16, 36$
それぞれ $n = 26, 20, 10$ となる。
よって 最も小さい n は 10（このとき $\sqrt{36} = 6$）

2　(3)（4点）

5π cm

点 C は A を中心とする円の周上を動くから, 半径は AC の長さ。
△ABC で三平方の定理より $AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \rightarrow AC = 10$cm
半径 10cm, 中心角 90° の弧の長さは $2\pi \times 10 \times 90/360 = 5\pi$ (cm)

2　(4)（4点）

120π cm^3

この立体は, 底面が「半径 6cm の円から中心角 60° のおうぎ形を除いた図形」の柱体で, 高さは 4cm。
おうぎ形の中心角は 60° で円全体の $60/360 = 1/6$ だから, 底面積は 円の $5/6$
底面積 $= \pi \times 6^2 \times 5/6 = 30\pi$ (cm^2)
体積 = 底面積 × 高さ $= 30\pi \times 4 = 120\pi$ (cm^3)

2　(5)①（4点）

12 番目

n 番目の黒いタイルは $n \times n = n^2$ (枚)
全体は 1 辺 $(n + 2)$ 枚の正方形だから，白いタイルは $(n + 2)^2 - n^2 = 4n + 4$ (枚)
黒 − 白 = 92 より $n^2 - (4n + 4) = 92 \to n^2 - 4n - 96 = 0 \to (n - 12)(n + 8) = 0 \to n = 12, -8$
n は自然数だから n = 12
（検算：黒 144 枚，白 52 枚で 144 − 52 = 92 ✓）

2　(5)②（5点）

−10

△ABP と △ABC は辺 AB が共通だから，高さが等しければ面積も等しい。
そのためには CP // AB となればよい（C を通り AB に平行な直線上の点 P）。
直線 AB の傾きは $(4 - 2)/(6 - 2) = 1/2$ で，$y = (1/2)x + b$ に A(2, 2) を代入して $b = 1 \to y = (1/2)x + 1$
C(4, 7) を通る平行な直線は $y = (1/2)x + b'$ に代入して $7 = 2 + b' \to b' = 5 \to y = (1/2)x + 5$
x 軸との交点は $y = 0$ より $(1/2)x + 5 = 0 \to x = -10$
この点は直線 AB について C と同じ側にある。よって点 P の x 座標は −10
（確かめ：△ABC = △ABP = 8 cm²。もう一方の平行な直線 $y = (1/2)x - 3$ と x 軸の交点 (6, 0) は C と反対側にある。）

3　(1)（4点）

a = 1/3，点 C の y 座標 6

点 B(6, 12) は $y = ax^2$ 上の点だから $12 = a \times 6^2 \to 36a = 12 \to a = 1/3$
よって曲線 ① は $y = (1/3)x^2$。点 A の y 座標は $(1/3) \times (-3)^2 = 3$ だから A(−3, 3)
直線 ℓ の傾きは $(12 - 3)/(6 - (-3)) = 1$ で，$y = x + b$ に B(6, 12) を代入して $b = 6 \to \ell : y = x + 6$
y 軸との交点 C は切片だから C(0, 6)

3　(2)（3点）

27 cm²

△OAB を y 軸で 2 つの三角形 △OAC と △OBC に分けて考える。
OC = 6cm を共通の底辺とみると，△OAC の高さは A の x 座標の絶対値 3cm，△OBC の高さは B の x 座標 6cm
$\triangle OAB = (1/2) \times 6 \times 3 + (1/2) \times 6 \times 6 = 9 + 18 = 27$ (cm²)
（別解：$(1/2) \times OC \times (3 + 6) = (1/2) \times 6 \times 9 = 27$）

3　(3)（4点）

P(3, 3)

点 P の x 座標を t（$t > 0$）とすると $P(t, (1/3)t^2)$。四角形 OHPQ は，OH = t，$OQ = (1/3)t^2$ の長方形。
正方形になるのは OH = OQ のときだから $t = (1/3)t^2 \to t^2 - 3t = 0 \to t(t - 3) = 0$
$t > 0$ だから t = 3。P の y 座標は $(1/3) \times 9 = 3$ より P(3, 3)

4 (1)（7点）

（証明）
△EOD と △FOB において
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから　OD = OB …①
AD // BC より, 錯角は等しいから　∠EDO = ∠FBO …②
対頂角は等しいから　∠EOD = ∠FOB …③
①, ②, ③ より, 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△EOD ≡ △FOB

（証明）
△EOD と △FOB において
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから　OD = OB …①
AD // BC より, 錯角は等しいから　∠EDO = ∠FBO …②
対頂角は等しいから　∠EOD = ∠FOB …③
①, ②, ③ より, 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△EOD ≡ △FOB

（合同条件は「1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」を使う。E は AD 上, F は BC 上の点なので ∠EDO は ∠ADB, ∠FBO は ∠CBD と同じ角になる。）

4 (2)①（5点）

62°

B が D に重なるように折ったから, 折り目 EF は線分 BD の垂直二等分線になり, EF ⊥ BD（交点は O）, EB = ED。
直角三角形 EOD で ∠EDO = ∠ADB = 28° だから ∠DEF = 180° − 90° − 28° = 62°
（別解：△EBD は EB = ED の二等辺三角形だから ∠EBD = 28°, ∠BED = 180° − 28° × 2 = 124°。折り返しで ∠BEF = ∠DEF だから ∠DEF = 124° ÷ 2 = 62°）

4 (2)②（5点）

42 cm²

(1) と同様に, 点 O を中心に 180° 回転すると, A は C に, B は D に, E は F に重なる。よって △ABE ≡ △CDF だから, △CDF の面積も 9cm²
平行四辺形 ABCD は, 四角形 EBFD と △ABE と △CDF に分けられるから
四角形 EBFD = 60 − 9 − 9 = 42 (cm²)
（確かめ：△ABD は平行四辺形の半分で 30cm²。△EBD = 30 − 9 = 21cm² で, △FDB ≡ △EBD だから四角形 EBFD = 21 × 2 = 42 ✓）