2026年度 第7回（12月）北辰テスト対策 予想問題　解答・解説

数学

1　(1)（4点）

-20

累乗を先に，次に乗除を左から，最後に加減の順に計算する。

$(-2)^3 = -8$

$12 \div (-3) \times 2 = -4 \times 2 = -8$

よって $-8 + (-8) - 4 = -20$

1　(2)（4点）

30

先に式を整理してから代入する。

$3(2x - y) - 2(x + 3y) = 6x - 3y - 2x - 6y = 4x - 9y$

$x = 3, y = -2$ を代入して $4 \times 3 - 9 \times (-2) = 12 + 18 = 30$

1　(3)（4点）

$6x - 25$

乗法公式を使って展開する。

$(x + 4)(x - 4) = x^2 - 16$

$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

よって $x^2 - 16 - (x^2 - 6x + 9) = x^2 - 16 - x^2 + 6x - 9 = 6x - 25$

（後ろのかっこの前の $-$ で，かっこの中の符号がすべて変わることに注意。）

1　(4)（4点）

$3\sqrt{5}$

それぞれ $\sqrt{\ }$ の中を簡単にする。

$\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$, $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$, $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

よって $4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = (4 - 3 + 2)\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

1　(5)（4点）

$x = -11$

両辺に分母 2, 3 の最小公倍数 6 をかけて分母をはらう。

$3(x - 1) - 2(2x + 1) = 6$

$3x - 3 - 4x - 2 = 6$

$-x - 5 = 6 \rightarrow -x = 11 \rightarrow x = -11$

（検算：$x = -11$ のとき 左辺 $= (-12)/2 - (-21)/3 = -6 + 7 = 1$ ✓）

1　(6)（4点）

$x = 5, -7$

右辺を 0 にして整理すると $x^2 + 2x - 35 = 0$
積が −35, 和が 2 になる 2 数は 7 と −5 だから $(x + 7)(x - 5) = 0$
よって $x = -7, 5$
（答えは「x = [あ], −[い]」の形だから [あ] = 5, [い] = 7。）

1　(7)（4点）

$x = (7 \pm \sqrt{29}) / 2$

左辺は因数分解できないので解の公式を使う。
$a = 1, b = -7, c = 5$ として
$x = (7 \pm \sqrt{(49 - 20)}) / 2 = (7 \pm \sqrt{29}) / 2$

1　(8)（4点）

イ

代金は パンが 4a 円, 牛乳が 2b 円で, 合計 (4a + 2b) 円。
おつり = 出したお金 − 代金 = 1000 − (4a + 2b) (円)
ア は牛乳の代金をたしている, ウ は a と b の個数をまちがえている, エ は 4a と 2b をかけている点がまちがい。

1　(9)（4点）

24°

△ABC は AB = AC の二等辺三角形だから $\angle ABC = \angle ACB = (180^\circ - 44^\circ) \div 2 = 68^\circ$
△BCD は BC = BD の二等辺三角形だから $\angle BDC = \angle BCD = 68^\circ$
よって $\angle DBC = 180^\circ - 68^\circ \times 2 = 44^\circ$
$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 68^\circ - 44^\circ = 24^\circ$
（別解：∠BDC は △ABD の外角だから $\angle BDC = \angle BAD + \angle ABD$ より $68^\circ = 44^\circ + \angle ABD \rightarrow \angle ABD = 24^\circ$）

1　(10)（4点）

$4\sqrt{6}$ cm

O から AB に垂線 OH をひくと, H は弦 AB の中点になる。
直角三角形 OAH で OA = 7cm, OH = 5cm だから, 三平方の定理より $AH^2 = 7^2 - 5^2 = 24 \rightarrow AH = 2\sqrt{6}$ (cm)
よって $AB = 2 \times AH = 4\sqrt{6}$ (cm)

1　(11)①（3点）

$120x + 150y$

個数の合計は $x + y = 14$。
代金の合計は (パンの代金) + (おにぎりの代金) = 120x + 150y (円) で, これが 1830 円。

1　(11)②（3点）

9 個

$x + y = 14$ より $y = 14 - x$。これを $120x + 150y = 1830$ に代入して

$120x + 150(14 - x) = 1830 \rightarrow 120x + 2100 - 150x = 1830 \rightarrow -30x = -270 \rightarrow x = 9$

よってパンは 9 個（このとき $y = 5$）。

（検算：$120 \times 9 + 150 \times 5 = 1080 + 750 = 1830$ ✓）

2　(1)（5点）

作図

点 P の条件は「∠BAC の二等分線上にある」「PA = PB」の 2 つ。

手順:

1. A を中心とする円をかき, 辺 AB, AC との交点をとる。その 2 点から等しい半径の円をかき, 交点と A を結ぶ（∠BAC の二等分線）。
2. A, B を中心に等しい半径（AB の半分より大きい）の円をかき, 2 つの交点を結ぶ（線分 AB の垂直二等分線）。
3. 1 の直線と 2 の直線の交点が点 P。
4. P を中心に適当な半径の円をかき, 直線 AC との 2 つの交点 X, Y をとる。
5. X, Y を中心に等しい半径の円をかき, その交点と P を結ぶと, 点 P を通る辺 AC の垂線になる。

2　(2)（4点）

5/12

目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ (通り)。

$a \times b$ が 4 の倍数になる場合を数える。

・$a = 4$ のとき b は何でもよい → 6 通り

・$b = 4$ で $a \neq 4$ のとき → 5 通り

・a, b がともに 4 以外の偶数 (2 か 6) のとき, 積は 4 の倍数 → $2 \times 2 = 4$ 通り

（片方が奇数で他方が 4 以外のときは 4 の倍数にならない。）

合わせて $6 + 5 + 4 = 15$ (通り)

確率は $15/36 = 5/12$

2　(3)（4点）

5 cm

長方形の縦は $(x + 3)$ cm, 横は $(x + 2)$ cm だから $(x + 3)(x + 2) = 56$

展開して整理すると $x^2 + 5x - 50 = 0 \rightarrow (x + 10)(x - 5) = 0 \rightarrow x = -10, 5$

x は正の数だから $x = 5$

（検算：$8 \times 7 = 56$ ✓）

2　(4)（4点）

12π cm^3

円錐の高さを h cm とすると, 三平方の定理より $h^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \rightarrow h = 4$

体積 $= (1/3) \times$ (底面積) $\times$ (高さ) $= (1/3) \times (\pi \times 3^2) \times 4 = 12\pi$ (cm^3)

2　(5)①（4点）

11 番目

n 番目のタイルの枚数は $n \times (n+2)$ 枚と表せる。
これが 143 になるとき $n(n+2) = 143 \rightarrow n^2 + 2n - 143 = 0 \rightarrow (n+13)(n-11) = 0 \rightarrow n = -13, 11$
n は自然数だから $n = 11$
（検算：$11 \times 13 = 143$ ✓）

2　(5)②（5点）

$i = n^2 + 2n + 1$, $ii = n + 1$

$n(n+2) + 1 = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$
$n + 1$ は自然数だから，和は自然数の 2 乗になる。
（検算：$n = 3$ のとき $3 \times 5 + 1 = 16 = 4^2$ ✓）

3　(1)（4点）

$a = 1/2$, $0 \leqq y \leqq 8$

$y = ax^2$ で x が p から q まで増加するときの変化の割合は $a(p+q)$ と表せる。
x が 2 から 6 のとき $a \times (2+6) = 4 \rightarrow 8a = 4 \rightarrow a = 1/2$
よって曲線 ① は $y = (1/2)x^2$
x の変域 $-2 \leqq x \leqq 4$ は 0 をふくむので，y の最小値は $x = 0$ のときの 0。
最大値は x の絶対値が大きいほうの $x = 4$ のときで $y = (1/2) \times 16 = 8$
（$x = -2$ のときは $y = 2$ で 8 より小さい。）よって $0 \leqq y \leqq 8$

3　(2)（3点）

$2n^2 - 2n - 4$ (cm)

曲線 ① は $y = (1/2)x^2$ で，点 Pn の x 座標は 2n だから，y 座標は $(1/2) \times (2n)^2 = 2n^2$
直線 ℓ は $y = x + 4$ で，点 Qn の x 座標も 2n だから，y 座標は $2n + 4$
$n \geqq 3$ のとき Pn は Qn より上にあるから
$PnQn = 2n^2 - (2n+4) = 2n^2 - 2n - 4$ (cm)
（$n = 3$ のとき $18 - 10 = 8$）

3　(3)（4点）

P(6, 18)

点 P の x 座標を t（$t > 4$）とすると $P(t, (1/2)t^2)$, $Q(t, t+4)$
$t > 4$ のとき P は Q より上にあるから $PQ = (1/2)t^2 - (t+4)$
$PQ = 8$ より $(1/2)t^2 - t - 4 = 8 \rightarrow t^2 - 2t - 24 = 0 \rightarrow (t-6)(t+4) = 0$
$t > 4$ だから $t = 6$。P の y 座標は $(1/2) \times 36 = 18$ より $P(6, 18)$

4 (1)（7点）

（証明）
△ABE と △ACB において
∠BAE と ∠CAB は同じ角だから　∠BAE = ∠CAB …①
仮定より　∠AEB = 90°
長方形の角は直角だから　∠ABC = 90°
よって　∠AEB = ∠ABC …②
①, ② より, 2 組の角がそれぞれ等しいので
△ABE ∽ △ACB

（証明）
△ABE と △ACB において
共通な角だから　∠BAE = ∠CAB …①
BE ⊥ AC より　∠AEB = 90°
長方形の角は直角だから　∠ABC = 90°
よって　∠AEB = ∠ABC …②
①, ② より, 2 組の角がそれぞれ等しいので
△ABE ∽ △ACB

（相似条件は「2 組の角がそれぞれ等しい」を使う。点 E が AC 上にあるので ∠BAE と ∠CAB は同じ角になる。）

4 (2)①（5点）

34°

(1) で △ABE ∽ △ACB を示したから, 対応する角は等しく ∠ABE = ∠ACB
AB // DC より, 錯角は等しいから ∠BAC = ∠ACD = 56°
△ABC は ∠ABC = 90° の直角三角形だから ∠ACB = 180° − 90° − 56° = 34°
よって ∠ABE = ∠ACB = 34°

4 (2)②（5点）

9/16 倍

△ABC で三平方の定理より $AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \rightarrow AC = 10$cm
△ABE ∽ △ACB だから AE : AB = AB : AC となり AE : 6 = 6 : 10 → AE = 18/5 (cm)
よって EC = 10 − 18/5 = 32/5 (cm)
△ABE と △BCE は, 頂点 B から辺 AC にひいた垂線 BE を共通の高さとするから, 面積の比は底辺の比 AE : EC に等しい。
AE : EC = 18/5 : 32/5 = 18 : 32 = 9 : 16
よって △ABE の面積は △BCE の面積の 9/16 倍